CONCURS DE SELECȚIE PENTRU CLASA a V-a

MATEMATICĂ

Varianta 3

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru: 50 de minute.

Se acordă 10 puncte din oficiu. Total: 100 de puncte.

Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

1) (20p) Aflați numărul a din egalitatea:

$$2025+2025:\{[2025+2025:(a\times 2025-2025)]-1\}=2026$$

2) (25p) Determinați patru numere naturale care au suma 324, iar dacă adunăm la primul număr 5, scădem din al doilea număr 5, înmulțim al treilea număr cu 5 și îl împărțim la 5 pe al patrulea, obținem de fiecare data același rezultat.

3) Un număr natural se numește ”poznaș” dacă suma dintre el și un număr obținut prin eliminarea unei cifre ale sale este 151.
   a) (5p) Verificați dacă 123 este număr ”poznaș”.
   b) (15p) Aflați câte numere ”poznașe” sunt?

4) a) (10p) Calculați $1+3+5+...+89$.
   b) (15p) Care este numărul maxim de numere impare, distincte, de două cifre, pe care îl putem avea, astfel încât adunate să obținem 2025?

Barem de corectare și notare varianta 3

- Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu.

1) $2025:\{[2025+2025:(a\times 2025-2025)]-1\}=1$ 3p

$[2025+2025:(a\times 2025-2025)]-1=2025$ 3p

$2025:(a\times 2025-2025)=1$ 6p

$a\times 2025-2025=2025$ 3p

$a\times 2025=4050$ 3p

$a=2$ 2p

2) Fie a, b, c, d cele 4 numere.

a+b+c+d=324

Notăm rezultatul obținut din a+5, b-5, cx5, d:5 cu 5x (5 părți)................................5p

$a=5x-5;\ b=5x+5;\ c=x;\ d=25x$ 10p

36 părți=324, o parte este egală cu 9...5p

Numerele sunt: $a=40, b=50, c=9, d=225$ 5p

3) a) Prin eliminarea unei cifre din 123 obținem 12, 13, 23..2p

123+12=135≠151

123+13=136≠151

123+23=146≠151 rezultă că 123 nu este număr ”poznaș”......................................3p

b) Un număr poznaș trebuie să aibă 3 cifre..2p

Fie $\overline{abc}$ un număr poznaș.

Dacă eliminăm o cifră obținem $\overline{ab}, \overline{ac}, \overline{bc}$.

$\overline{abc}+\overline{ac}, \overline{abc}+\overline{bc}$ sunt numere pare, deci suma nu poate fi 151.......................3p

$\overline{abc}+\overline{ab}=151$

$100a+10b+c+10a+b=151$

$110a+11b+c=151 \Rightarrow a=1$..................................$5p$

$11b+c=41 \Rightarrow b\leq 3$. Verificăm $b=0, b=1, b=2, b=3$ și obținem $b=3, c=8$

Obținem un singur număr ”poznaș”, 138..5p

4) a)

$$S=(2\times 0+1)+(2\times 1+1)+(2\times 2+1)+...+(2\times 44+1)=$$
$$=2(1+2+3+...+44)+\underbrace{1+1+1...+1}_{45\ de\ 1}=$$
$$=2\times 44\times 45:2+45=44\times 45+45=2025 \text{................} 10p$$

b) Pentru a avea un număr maxim de numere cu suma 2025, acestea trebuie să fie cât mai mici.

Din (a) avem $11+13+15+...+89=2025-(1+3+5+7+9)=2000$ 5p

$11+13+15+...+89+91=2091$. Cea mai mică valoare obținută prin adunarea a 41 de numere impare, distincte, de două cifre este 2091>2025, deci numărul maxim de numere nu poate fi 41 sau mai mare de 41..3p

Suma a 40 numere impare va fi un număr par, deci numărul maxim de numere nu poate fi 40...3p

Numărul maxim posibil este 39, având de exemplu:

$$\begin{aligned}
&2025=1+3+5+...+89= \\
&=13+15+17+...+89+(1+3+5+7+9+11)= \\
&=13+15+17+...+89+36= \\
&=13+15+17+...+79+81+(83+12)+(85+12)+(87+12)+89= \\
&=13+15+17+...+81+95+97+99+89 .... 4p
\end{aligned}$$